

ریاضی

هندسه تحلیلی



۱- خط به معادله $(k-1)x + 2y = k$ از مبدأ مختصات به فاصله $5/0$ است. مجموع مقادیر ممکن برای k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲- قرینه نقطه $M(2a+1, a+3)$ نسبت به نقطه $N(2a, 2-a)$ روی خط $2x-3y=6$ قرار دارد. طول پاره خط MN کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{34}$ (۴) ۴

۳- اگر دو ضلع مقابل از مربعی منطبق بر خطوط $3-kx=2y$ و $x-3y=1$ باشد، مساحت دایره مماس بر اضلاع این مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{121\pi}{40}$ (۲) $\frac{121\pi}{160}$ (۳) $\frac{49\pi}{160}$ (۴) $\frac{49\pi}{40}$

۴- مساحت مثلثی که یک ضلع آن بر روی محور y ها و دو ضلع دیگر آن بر روی خطوط به معادله $2y-4x+4=0$ و $y=x+4$ قرار دارد، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱۸ (۴) ۱۵

۵- دو نقطه بر روی خط $2x+y=1$ وجود دارد که فاصله آنها از خط d که شیب آن ۲ بوده و از نقطه $(1, 2)$ می‌گذرد، برابر $\sqrt{5}$ است. فاصله این دو نقطه از همدیگر چقدر است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۴) ۵

۶- اگر $A(k, 2k-1)$ و $B(1, 6)$ و $C(-1, 2)$ رئوس مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A}=90^\circ$) باشد، اندازه ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۵

۷- دو ضلع متوازی الاضلاع $ABCD$ بر روی خط‌های $y=-2x+2$ و $y=-x+2$ قرار دارند. اگر نقطه به مختصات $(-4, 8)$ یک رأس متوازی‌الاضلاع باشد، طول قطر کوچک‌تر آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

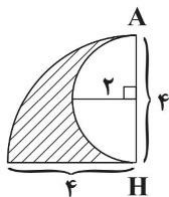
۸- صفحه P کره‌ای به مرکز O و شعاع ۱۳ را قطع کرده است. اگر فاصله O تا صفحه P برابر ۱۲ باشد، مساحت مقطع ایجاد شده کدام است؟

- (۱) 25π (۲) 10π (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

۹- از داخل کره‌ای توپر به شعاع ۳ یک مخروط قائم طوری خالی شده است که نسبت ارتفاع آن به قطر کره $\frac{2}{3}$ است. حال صفحه P را موازی قاعده مخروط طوری رسم می‌کنیم که از مرکز کره بگذرد. در این صورت مساحت شکل ایجاد شده روی صفحه P چقدر است؟

- (۱) $4/5\pi$ (۲) π (۳) $1/5\pi$ (۴) 4π

۱۰- حجم جسم حاصل از دوران شکل مقابل به اندازه 180° درجه حول خط AH کدام است؟



- (۱) 12π

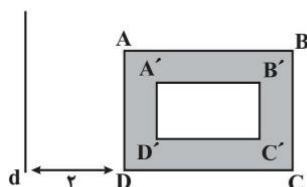
- (۲) 14π

- (۳) 16π

- (۴) 18π

۱۱- در شکل زیر، $ABCD$ و $A'B'C'D'$ مستطیل‌هایی هم‌مرکز به طول‌های ۴ و ۳ و عرض‌های ۲ و ۱ هستند. حجم حاصل از دوران

این شکل حول محور d کدام است؟



- (۱) $\frac{9\pi}{4}$

- (۲) 60π

- (۳) 40π

- (۴) 64π

۱۲- اگر نقاط $A(-3,0)$ ، $B(0,4)$ و $C(-6,4)$ رؤوس مثلث ABC باشند، آنگاه حجم حاصل از دوران این مثلث حول محور y کدام است؟

- (۱) 64π (۲) 72π (۳) 80π (۴) 84π

۱۳- یک استوانه قائم با شعاع قاعده ۳ و ارتفاع ۸ مفروض است. اگر صفحه P با این استوانه به گونه‌ای مایل برخورد کند که بزرگترین بیضی ممکن ایجاد شود، خروج از مرکز در این بیضی کدام است؟

- (۱) $5/6$ (۲) $5/8$ (۳) $5/4$ (۴) $5/2$

۱۴- اگر $A(2,-1)$ و $A'(-6,-1)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی و $F(1,-1)$ یکی از کانون‌های آن باشد، مساحت چهارضلعی که رأس‌های آن، کانون‌ها و دو سر قطر کوچک بیضی است، کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{7}$ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) $12\sqrt{7}$

۱۵- دو سر قطر بزرگ یک بیضی نقاط $(2,4)$ و $(2,-2)$ هستند و این بیضی بر محور y مماس است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

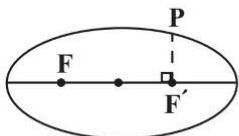
۱۶- مختصات دو سر قطر بزرگ یک بیضی $(3,5)$ و $(3,-1)$ و خروج از مرکز آن $\frac{1}{4}$ است. این بیضی محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۷- یک بیضی که قطر بزرگ آن ۴ برابر قطر کوچکش است درون دایره به مرکز $O(-1,2)$ در دو نقطه به آن مماس شده است. اگر دایره و بیضی هم‌مرکز باشند و نقطه $M(1,6)$ واقع بر دایره باشد، فاصله کانونی بیضی کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{3}$

۱۸- در بیضی افقی مقابل PF' نصف فاصله کانونی است. نسبت اندازه قطر کوچک به قطر بزرگ بیضی کدام است؟

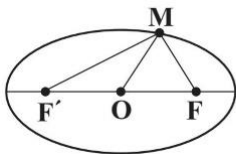


- (۱) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$ (۲) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$
(۳) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{3}}$ (۴) $\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{3}}$

۱۹- نقاطی که مجموع فواصل آنها از دو نقطه $(-6,2)$ و $(2,2)$ برابر ۱۰ باشد، روی یک منحنی قرار دارند. در این منحنی بیشترین مقدار y و کمترین مقدار x چقدر با هم اختلاف دارند؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۴ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۲۰- بیضی زیر به طول قطرهای ۸ و ۶ را در نظر بگیرید. اگر فاصله نقطه M از مرکز بیضی برابر با $\sqrt{7}$ باشد، حاصل $MF \cdot MF'$ کدام است؟



- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۶ (۴) ۲۸

۲۱- دو نقطه $(۲,۳)$ و $(۴,۱)$ روی محیط یک دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ قرار داشته و بیشترین فاصله ممکن را از هم دارند. مقدار c کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۵

۲۲- وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 + 6x + 8y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$ نسبت به هم چگونه است؟

- (۱) مماس بیرون (۲) متخارج (۳) متقاطع (۴) مماس درون

۲۳- کمترین فاصله ممکن برای نقطه‌ای روی دایره $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 11 = 0$ از نقطه‌ای روی دایره $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 25 = 0$ ، برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{41} - 12$ (۴) $2\sqrt{21} - 3$

۲۴- فاصله مرکز دایره‌ای به شعاع $4\sqrt{2}$ که بر نیمسازهای ناحیه اول و دوم مختصات مماس است، از نقطه $A(3,4)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۶

۲۵- خط به معادله $y = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ در برخورد با دایره به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 4y + a = 0$ وتری به اندازه $\sqrt{20}$ ایجاد می‌کند. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۶ (۳) ۱۰ (۴) -۲

۲۶- خطوط $x + 2y + 2 = 0$ و $2x + 4y - 1 = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ مماسند. اگر معادله یکی از قطرهای این دایره نیمساز ربع دوم و چهارم باشد، مقدار $\alpha - \beta$ کدام است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) صفر (۴) ۱

۲۷- از نقطه $A(4,1)$ ، خطی مماس بر دایره $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ رسم می‌کنیم. معادله این خط مماس کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $2x - y + 9 = 0$ (۲) $x - y - 3 = 0$ (۳) $x - 2y - 2 = 0$ (۴) $x + y - 5 = 0$

۲۸- قطر مربعی، با شعاع دایره گذرنده از ۳ نقطه $A(2,1), B(2,-3), C(-1,1)$ مساوی است. مساحت مربع کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) $\frac{25}{2}$ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{25}{8}$

۲۹- اگر فاصله نقطه $M(x,y)$ از نقطه $A(6,0)$ دو برابر فاصله‌اش از نقطه $B(0,2)$ باشد، مسیر حرکت M کدام است؟

- (۱) دایره‌ای به شعاع $2\sqrt{5}$ (۲) دایره‌ای به شعاع $4\sqrt{5}$
(۳) دایره‌ای به مرکز $(2, -4)$ (۴) دایره‌ای به مرکز $(-2, -4)$

۳۰- خط $y = mx + h$ همزمان بر دو دایره $C: x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 2x + 2y - 47 = 0$ در یک نقطه مشترک

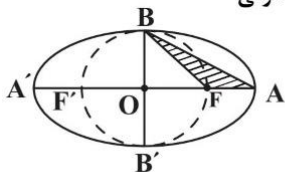
مماس است. m کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۳۱- اگر $A \begin{vmatrix} 3 \\ -2 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix}$ باشند، در این صورت فاصله نقطه‌ای به طول ۴ روی خط $y - 2x + 3 = 0$ از عمودمنصف پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۱

۳۲- در بیضی مقابل طول قطر بزرگ ۲a است. اگر دایره به قطر FF' (کانون‌ها) از رئوس غیرکانونی



(B', B) عبور کند، مساحت مثلث BAF چند برابر $\frac{a^2}{4}$ است؟

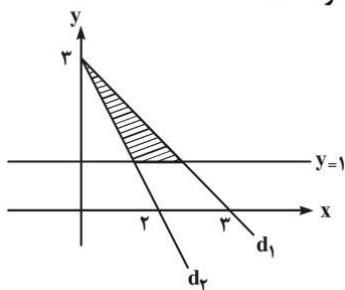
- (۱) $\sqrt{2} - 1$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2} + 1$ (۴) $3\sqrt{2}$

۳۳- طول قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{5}{7}$ برابر ۷ است. اگر نقطه M روی بیضی و به فاصله $\frac{5}{4}$ از مرکز بیضی باشد،

فقط نقطه M از نزدیک‌ترین کانون بیضی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۴- در شکل زیر، ناحیه هاشورخورده را حول محور عرض‌ها دوران می‌دهیم، حجم حاصل چقدر است؟



- (۱) $\frac{40\pi}{27}$ (۲) $\frac{20\pi}{9}$ (۳) $\frac{40\pi}{9}$ (۴) $\frac{20\pi}{27}$

۳۵- معادله دایره‌ای که از سه نقطه $A(1,2)$ ، $B(1,-6)$ و $C(-3,-2)$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 14$ (۲) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 11$ (۳) $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 11$ (۴) $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 11$

۳۶- طول وتری که دایره $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 15 = 0$ از خط $4y + 3x + 5 = 0$ جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷- شعاع دایره‌ گذرا از دو نقطه $A(-2,0)$ و $B(2,0)$ و مماس بر خط $y = 2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- نقاط B ، C و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند. مثلث متساوی الساقین ABC را چنان می‌سازیم که اندازه میانه AM

برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۲ (۳) -۵ (۴) -۸

۳۹- نقاط $A(1, 2)$ ، $B(2, 6)$ و $C(4, 1)$ و $D(p, q)$ چهار رأس یک متوازی‌الاضلاع هستند. $p + q$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۱ (۲) -۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۰- نقاط $A(x, y)$ و $B(-2, 3)$ و $C(2, 0)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر خط $y = -2x + 3$ از رأس A عبور کند و اندازه

ارتفاع AH برابر $2/2$ باشد، مقادیر ممکن برای طول نقطه A کدام ست؟

- (۱) 1 و $\frac{-17}{5}$ (۲) -1 و $\frac{17}{5}$ (۳) -1 و $\frac{-17}{5}$ (۴) 1 و $\frac{17}{5}$

۴۱- مخروطی قائم به شعاع قاعده ۳ و ارتفاع $3\sqrt{3}$ را با صفحه‌ای که شامل رأس و مرکز قاعده مخروط می‌باشد، قطع می‌دهیم.

محیط مقطع حاصل کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۴۲- یک شش‌ضلعی منتظم به طول ضلع ۴ را حول یکی از قطرهای بزرگ آن دوران می‌دهیم. حجم حاصل کدام است؟

- (۱) 24π (۲) 48π (۳) 64π (۴) 80π

۴۳- بیضی افقی در ناحیه دوم بر هر دو محور مختصات مماس است. اگر مرکز این بیضی روی خط $2y - x = 1$ بوده و خروج از مرکز

آن $\frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، مساحت مستطیل حاصل از برخورد خطوط مماس بر بیضی در رئوس آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۴- فرض کنید F و F' کانون‌های یک بیضی به طول قطر بزرگ $5\sqrt{3}$ باشند. M نقطه‌ای روی بیضی است، به گونه‌ای که MF و

MF' برهم عمودند. اگر $MF \times MF' = 13$ باشد، آن‌گاه فاصله دو کانون این بیضی از هم کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) $5\sqrt{2}$

۴۵- در یک بیضی با قطر بزرگ ۱۰ و کانون‌های F و F' ، اگر $M \begin{vmatrix} 2 & K \\ -1 & -2 \end{vmatrix}$ درون بیضی واقع باشد، چند مقدار صحیح مورد

قبول برای K پیدا می‌شود؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۶- مجذور شعاع دایره‌ای که از سه نقطه $(-4, 2)$ ، $(2, 2)$ و $(0, 0)$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) ۱۳۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸۰ (۴) ۷۰

۴۷- دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ روی خط‌های $y = kx$ و $2x + y = 1$ وترهای مساوی ایجاد می‌کند. مقدار k کدام

می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{2}{19}$ (۲) $\frac{-1}{2}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\sqrt{2}$

۴۸- اگر دو دایره $(x-a)^2 + (y-5)^2 = 4$ و $x^2 + y^2 + 2x - 4y = a^2 - 5$ نسبت به هم مماس خارج باشند، آنگاه فاصله بین

مرکزهای دو دایره کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{11}{2}$

۴۹- در دو دایره یکی به مرکز $O_1(-3, 2)$ و شعاع ۵ و دیگری به مرکز $O_2(5, 8)$ و شعاع ۷، فاصله مبدأ مختصات از خط شامل

وتر مشترک دو دایره کدام است؟

- (۱) $2/2$ (۲) $2/4$ (۳) $2/6$ (۴) $3/4$

۵۰- شعاع دایره‌ای که بیانگر نقاطی باشد که فاصله آنها از نقطه $A(-3, -1)$ ، نصف فاصله آنها از نقطه $B(-6, -5)$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

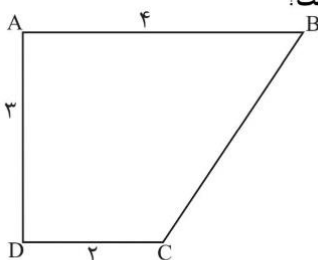
۵۱- نقطه A روی خط d مفروض است. مساحت نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله کمتر از ۴ واحد و از خط d به فاصله بیشتر از ۲ واحد هستند، چقدر است؟

- (۱) $2(\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3})$ (۲) $4(\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3})$ (۳) $8(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3})$ (۴) $8(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3})$

۵۲- اگر A و B دو نقطه ثابت در صفحه باشند، مجموعه نقاطی مانند M که در تساوی $\frac{AM - 4MB}{2AM + 3MB} = \frac{-3}{5}$ صدق کند، کدام است؟

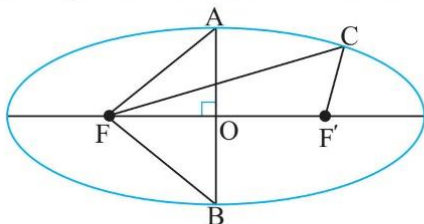
- (۱) دو نقطه (۲) یک پاره خط (۳) یک دایره (۴) یک خط

۵۳- اگر دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ را حول ضلع CD دوران دهیم، حجم جسم حاصل کدام است؟



- (۱) 26π (۲) 24π (۳) 28π (۴) 30π

۵۴- در بیضی با کانون‌های F و F' و مرکز O ، محیط مثلث‌های ABF و CFF' با هم برابر است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

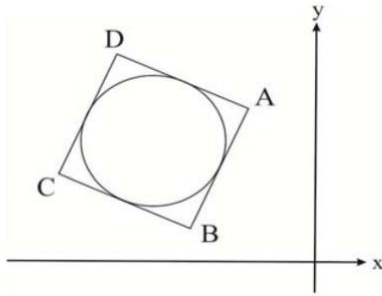


- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۵- دو سر قطر دایره‌ای به شعاع ۴ مختصات دو سر کانون‌های بیضی $(F$ و $F')$ به خروج از مرکز $8/0$ است. اگر نقطه M یکی از نقاط برخورد دایره و بیضی باشد، مساحت مثلث MFF' کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۵۶- مطابق شکل زیر، دایره‌ای درون مربع ABCD محاط شده است. اگر مختصات نقاط A و B به ترتیب برابر $(-1, 4)$ و $(-2, 1)$ باشد، معادله دایره به کدام صورت است؟



(۱) $2x^2 + 2y^2 + 12x - 12y + 25 = 0$

(۲) $2x^2 + 2y^2 + 12x - 12y + 31 = 0$

(۳) $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 13 = 0$

(۴) $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 8 = 0$

۵۷- شعاع کوچک‌ترین دایره‌ای که بر محور y ها و خط $4x + 3y = 0$ مماس است و از نقطه $(-1, 4)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۴) $\frac{17}{3}$

(۳) $\frac{17}{9}$

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۸- نقطه $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

(۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

(۳) $-1 \pm \sqrt{2}$

(۲) ۲ و -۴

(۱) ۳ و -۵

۵۹- در داخل بیضی به کانون‌های $F(5, 1)$ و $F'(-1, 1)$ و رأس کانونی $A(6, 1)$ ، دایره‌ای مماس بر بیضی در دو سر قطر کوچک رسم شده است. وضعیت این دایره نسبت به دایره به معادله $x^2 + y^2 = 2$ کدام است؟

(۴) مماس خارج

(۳) متقاطع

(۲) مماس داخل

(۱) متداخل



۱- اگر $A(2,1)$ یک سر قطر بزرگ بیضی و نقطه $O(-1,2)$ مرکز بیضی باشد، فاصله سر دیگر قطر بزرگ بیضی تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{41}$ (۴) ۵

۲- اگر خط Δ با معادله $ax+3y=0$ بر خط $2x+by=3$ عمود باشد، معادله خطی که بر خط Δ در نقطه $(1,2)$ عمود است، کدام است؟

- (۱) $y+2x=4$ (۲) $x+2y=5$
(۳) $y+2x=3$ (۴) $x+2y=4$

۳- اگر $B(1,2)$ و $B'(-3,-4)$ دو سر قطر کوچک بیضی باشند، خطی که بر قطر بزرگ بیضی منطبق است، محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{5}{3}$

۴- اگر $A(2,1)$ یک رأس لوزی $ABCD$ و معادله قطر BD ، $y=2x+2$ باشد، مختصات C کدام است؟

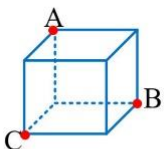
- (۱) $(0,7)$ (۲) $(-6,5)$ (۳) $(-2,3)$ (۴) $(0,5)$

۵- نقطه $P(3,4)$ محل برخورد دو قطر مستطیل است. اگر معادلات دو ضلع مجاور مستطیل $3x+4y=5$ و $4x+my=5$ باشند، مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۶- مساحت مثلثی با رئوس $A(2,1)$ ، $B(3,-1)$ و $C(-1,0)$ برابر کدام است؟

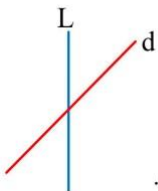
- (۱) ۴ (۲) $3/5$ (۳) $4/5$ (۴) ۳



۷- سطح مقطع صفحه گذرنده از رئوس A و B و C با مکعب کدام است؟

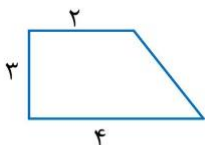
- (۱) مثلث متساوی الاضلاع
(۲) مثلث قائم الزاویه
(۳) مثلث متساوی الساقین
(۴) مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

۸- از دوران خط d حول خط L یک سطح مخروطی ایجاد شده است. اگر سطح مقطع بر خورد صفحه P با این سطح مخروطی یک دایره باشد، کدام گزینه صحیح است؟



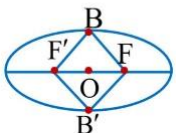
- (۱) صفحه P موازی خط L است و شامل L نیست.
(۲) صفحه P بر خط L عمود است و از رأس عبور نمی کند.
(۳) صفحه P موازی خط d است و شامل d نیست.
(۴) صفحه P با هیچ یک از دو خط d و L موازی نیست و از رأس عبور نمی کند و بر L هم عمود نیست.

۹- ذوزنقه زیر را حول قاعده بزرگتر آن دوران داده ایم. حجم حاصل از دوران کدام است؟



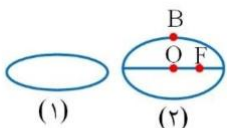
- (۱) 24π
(۲) 18π
(۳) 20π
(۴) 32π

۱۰ - خروج از مرکز بیضی زیر $\frac{\sqrt{7}}{4}$ و طول قطر کوچک آن ۳ است، محیط چهارضلعی $BFB'F'$ کدام است؟



- (۱) ۸
(۲) ۱۲
(۳) ۱۶
(۴) ۲۰

۱۱ - اگر e_1 خروج از مرکز بیضی شکل (۱) و e_2 خروج از مرکز بیضی شکل (۲) باشد که در آن زاویه $BFO = 50^\circ$ ، کدام گزینه درست است؟



$$e_2 > \frac{\sqrt{2}}{2} > e_1 \quad (2)$$

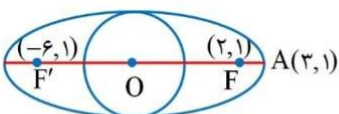
$$e_1 > e_2 > \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$e_1 > \frac{\sqrt{2}}{2} > e_2 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} > e_2 > e_1 \quad (3)$$

۱۲ - نقطه $M(1, y)$ روی محیط یک بیضی با کانون‌های $F(2, 3)$ و $F'(-4, 3)$ قرار دارد. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $5/6$ باشد. محیط مثلث MFF' چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۱



۱۳ - معادله دایره زیر کدام است؟

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y = 5 \quad (1)$$

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y = 4 \quad (2)$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 2y = 5 \quad (3)$$

$$x^2 - 4x + y^2 + 2y = 4 \quad (4)$$

۱۴ - شعاع دایره‌ای که از دو نقطه $A(1, 0)$ و $B(3, 2)$ می‌گذرد و معادله یکی از قطرهای آن $y = 2x$ است، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵ - اگر نقاط $A(m, 1)$ و $B(-1, m)$ به ترتیب درون و بیرون دایره‌ای به معادله $x^2 + 2x + y^2 - 8y - 8 = 0$ باشند، حدود m کدام است؟

- (۱) $3 < m < 9$ (۲) $-9 < m < -3$ (۳) $-5 < m < -1$ (۴) $1 < m < 5$

۱۶ - دورترین فاصله نقطه $(-1, 3)$ تا دایره‌ای که معادله یکی از قطرهای آن $2y + x = 0$ است و بر دو خط $3x + 4y = 7$ و $3x + 4y = 3$ مماس است، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۵

۱۷ - دایره‌ای به معادله $x^2 - 2x + y^2 + 6y = m$ که بر خط به معادله $3x - 4y = 0$ مماس است از خطی به معادله $3x + 4y = 1$ وتری به طول L جدا می‌کند L کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۸ - اختلاف شعاع‌های دایره‌ای که بر دو محور مختصات مماس هستند و از نقطه $(-2, 1)$ می‌گذرند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۹ - وضعیت دو دایره $2x^2 + ay^2 + (a+2)x = 0$ و $x^2 - 6x + y^2 - 6y + 2 = 0$ نسبت به هم، کدام است؟

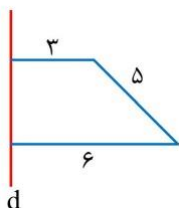
- (۱) متقاطع (۲) مماس درون (۳) مماس بیرون (۴) متخارج

۲۰ - نقطه $O'(\alpha, 1)$ درون دایره c به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$ قرار دارد. مجموع مقادیر شعاع‌های دایره‌هایی به مرکز O' که با دایره c مماس درون هستند کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۴

۲۱ - ارتفاع و شعاع قاعده استوانه‌ای توپر به ترتیب ۶ و ۵ هستند. اگر استوانه را با صفحه‌ای به موازات محور استوانه برش دهیم، مقطع حاصل مربع خواهد شد. فاصله صفحه برش تا محور استوانه چه عددی است؟

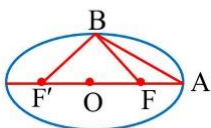
- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۳



۲۲ - دوزنقه در شکل روبه‌رو را حول خط d دوران دهیم، حجم پدید آمده چه عددی است؟

- (۱) 72π (۲) 84π (۳) 80π (۴) 76π

۲۳ - خروج از مرکز یک بیضی $\frac{3}{5}$ است. مساحت مثلث ABF' چند برابر مساحت مثلث ABF است؟



- (۱) ۳ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۴ - کانون‌های بیضی $(1, 4)$ و $(-3, 4)$ هستند. اگر خروج از مرکز بیضی $8/5$ باشد، جمع فواصل هر نقطه روی بیضی تا دو کانون چه عددی است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۵ - هرگاه دو دایره $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 23$ و $x^2 + y^2 + 4y + k = 0$ مماس داخلی باشند، مقدار k کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

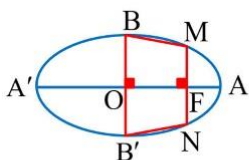
۲۶ - اگر دایره‌ای محور عرض‌ها را در نقاطی با عرض -۱ و ۳ و محور طول‌ها را در نقطه‌ای با طول ۱ قطع کند، شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

۲۷ - به ازاء کدام مقدار a دایره $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ از خط $3x + 4y + 26 = 0$ وتری به اندازه ۶ جدا می‌کند؟

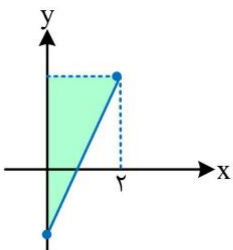
- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۲۸ - در بیضی مقابل، $AA' = 10$ و $e = \frac{3}{5}$ است. اگر F کانون بیضی باشد، مساحت دوزنقه $MNB'B$ چه عددی است؟



- (۱) $21/6$ (۲) $23/4$ (۳) $20/4$ (۴) $18/2$

۲۹ - خط $y = 3x - 2$ را در دامنه $[0, 2]$ در نظر بگیرید. آن را حول محور عرض‌ها دوران دهیم. کدام حجم بدست می‌آید؟



- (۱) $\frac{16\pi}{3}$ (۲) 12π (۳) 8π (۴) $\frac{32\pi}{3}$

۳۰- خط به معادله $2x - 3y = 6$ با محورهای مختصات تشکیل مثلث قائم‌الزاویه می‌دهد. اندازه میانه وارد بر وتر این مثلث، چند برابر $\sqrt{13}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۱- دو ضلع مستطیلی روی خطوط $4x - 3y - 5 = 0$ و $3x + 4y - 10 = 0$ قرار دارند. نقطه $A(-2, 1)$ یکی از رؤوس مستطیل است. مساحت این مستطیل، کدام است؟

- (۱) $6/78$ (۲) $8/67$ (۳) $7/68$ (۴) $7/86$

۳۲- دو ضلع یک مربع با مساحت $\frac{16}{13}$ روی دو خط موازی $ax - 3y = b$ و $9y = 6x + 11$ قرار دارند. کم‌ترین مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{17}{3}$ (۴) $-\frac{17}{3}$

۳۳- معادله سه ضلع مثلثی به صورت $\begin{cases} AB: x + 2y = 3 \\ AC: y = 2x - 1 \\ BC: x + y = 4 \end{cases}$ است. نسبت میانه AM به ارتفاع AH کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{9}{5}$

۳۴- بر روی محیط مربع $ABCD$ به ضلع $2\sqrt{2}$ ، اگر تعداد نقاطی که از قطر BD به فاصله $1/5$ هستند را m و تعداد نقاطی که از قطر AC به فاصله 2 هستند را n در نظر بگیریم، مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

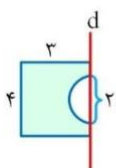
۳۵- در صفحه مثلث ABC چند نقطه می‌توان یافت که از دو سر ضلع BC به یک فاصله بوده و از دو ضلع AB و AC یا امتداد آن‌ها نیز به یک فاصله باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۶- مخروطی به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۱۰ را با صفحه‌ای به موازات صفحه قاعده و به فاصله ۶ واحد از قاعده قطع می‌دهیم. حجم مخروط جدا شده چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{265}{75}$ (۲) $\frac{256}{57}$ (۳) $\frac{256}{75}$ (۴) $\frac{265}{57}$

۳۷- سطح محدود به مستطیل 4×3 و نیم‌دایره به قطر ۲ واحد، حول خط d دوران می‌کند. حجم جسم حاصل چند برابر $\frac{\pi}{3}$ است؟



- (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۰۳ (۴) ۱۰۴

۳۸- صفحه P با مولد سطح مخروطی موازی است و از رأس سطح مخروطی عبور می‌کند. سطح مقطع حاصل، از برخورد صفحه با مخروط کدام است؟

- (۱) سهمی (۲) دو خط متقاطع (۳) هذلولی (۴) یک خط

۳۹- در یک بیضی، فاصله یک کانون از دورترین نقاط بیضی، ۴ برابر فاصله همان کانون از نزدیک‌ترین نقاط آن است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۴۰ - در یک بیضی، طول قطر کوچک ۸ و فاصلهٔ کانونی برابر ۱۲ است. اگر F و F' کانون‌های بیضی، M نقطهٔ دلخواهی روی بیضی و محیط مثلث MFF' برابر P باشد، مقدار $P - 4\sqrt{13}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۱۴

۴۱ - به ازای کدام مقدار m ، خط $4x - 2y + m = 0$ بر دایرهٔ $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ مماس است؟

- (۱) ۱۰ یا ۰ (۲) ۲۰ یا ۰ (۳) ۱- یا ۱۰ (۴) ۱ یا ۲۰

۴۲ - معادلهٔ دایره‌ای که مرکز آن $(-1, -1)$ بوده و با دایرهٔ $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ مماس داخل باشد، کدام است؟

- (۱) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$ (۲) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 9$
(۳) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 81$ (۴) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 81$

۴۳- صفحه‌ای شامل رأس یک سطح مخروطی است. سطح مقطع صفحه با این سطح کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) یک نقطه (۲) یک خط راست (۳) دو خط موازی (۴) دو خط متقاطع

۴۴- فاصله دو سر پاره خط AB به طول $\sqrt{5}$ تا خط L برابر ۲ و ۳ است. حجم شکل حاصل از دوران پاره خط AB حول خط L کدام است؟

- (۱) $\frac{38\pi}{3}$ (۲) $\frac{37\pi}{3}$ (۳) $\frac{42\pi}{5}$ (۴) $\frac{41\pi}{5}$

۴۵- دو دایره با شعاع برابر $\sqrt{10}$ یکدیگر را در نقاط A(۲,۳) و B(۴,۱) قطع می‌کنند. مجموع طول و عرض مرکز یکی از دایره‌ها کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

۴۶- دو دایره وجود دارد که بر خطوط $y = \frac{1}{15}x$ و $y = 0$ مماس بوده و از نقطه A(۵,۱) عبور می‌کنند. مجموع شعاع این دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{8}$ (۲) $\frac{17}{8}$ (۳) $\frac{23}{8}$ (۴) $\frac{21}{8}$

۴۷- نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و F' و با اقطار بزرگ و کوچک به طول‌های ۱۰ و ۶ قرار دارد. اگر زاویه $\widehat{FMF'}$ برابر 90° باشد، فاصله M از کانون دورتر کدام است؟

- (۱) $4 + \sqrt{6}$ (۲) $5 + \sqrt{7}$ (۳) $4 + \sqrt{7}$ (۴) $5 + \sqrt{6}$

۴۸- به ازای کدام مقدار زیر برای a، رابطه $x^2 + y^2 + ax - 2ay + \frac{5a}{4} = 0$ معادله گسترده یک دایره نیست؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۴۹- طول قطر بزرگ بیضی با کانون‌های $F(1 - \sqrt{5}, 0)$ و $F'(1 + \sqrt{5}, 0)$ برابر ۶ است و خط $y = mx + n$ ($m < 0, n > 0$)، اقطار بیضی را روی محیط بیضی قطع می‌کند. $m + 2n$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{14}{3}$

۵۰- کدام نقطه زیر، داخل دایره $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$ قرار دارد؟

- (۱) (۱, -۱) (۲) (۲, ۳) (۳) (۰, ۱) (۴) (-۱, ۱)

۵۱- خطوط $x = -2$ ، $x = 4$ ، $y = -1$ و $y = 3$ ، بر یک بیضی مماس هستند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

۵۲- دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 - 2x - 4y + a = 0$ ، روی خط $3x - 4y + 15 = 0$ ، وتری به طول $2\sqrt{5}$ جدا می‌کند، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۶ (۴) ۶

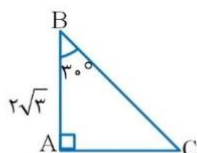
۵۳- چند نقطه روی خط $y = 2x - a$, $(a \neq -\frac{9}{4})$ وجود دارد که از دو نقطه $A(1, \frac{1}{4})$ و $B(-2, 2)$ به یک فاصله باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۵۴- یک استوانه با ارتفاع ۲ و حجم $V = 32\pi$ با صفحه‌ای عمود بر قاعده برش داده می‌شود. اگر مقطع برش خورده مربع باشد، فاصله صفحه تا محور عمودی استوانه چه عددی است؟

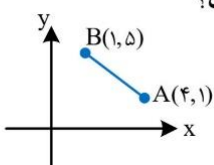
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{15}$

۵۵- مثلث ABC را حول وتر آن دوران می‌دهیم، حجم شکل بدست آمده چه عددی است؟



- (۱) π
(۲) 2π
(۳) 3π
(۴) 4π

۵۶- از دوران پاره خط AB حول محور عرض‌ها حجمی به دست می‌آید. مقدار آن حجم چه عددی است؟



- (۱) 28π
(۲) 16π
(۳) 32π
(۴) 25π

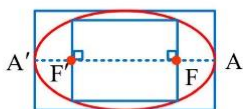
۵۷- بیضی با کانون‌های $F(2, 5)$ و $F'(2, -3)$ بر محور عرض‌ها مماس است. خروج از مرکز بیضی چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۵۸- طول قطر کوچک بیضی $4\sqrt{5}$ است. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{2}{3}$ باشد، کم‌ترین فاصله نقاط روی بیضی تا یک کانون بیضی چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{5}$

۵۹- در شکل روبه‌رو، نسبت مساحت دو مستطیل $\frac{\sqrt{3}}{4}$ است، به طوری که F و F' کانون‌های بیضی هستند. خروج از مرکز بیضی کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۶۰- اندازه وتر مشترک دو دایره $x^2 + y^2 - 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 4x = 5$ کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۶۱- دایره‌ای با مرکز $O(-1, 2)$ از خط $3y - 4x = 5$ و تری به طول ۶ جدا می‌کند. این دایره از محور عرض‌ها وتر با کدام اندازه جدا می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{8}$

۶۲- دو دایره به مرکز $O(0, -4)$ با دایره $x^2 - 8x + y^2 + 2y = 32$ مماس درونی هستند. اختلاف شعاع دو دایره کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۶۳- دایره‌ای به مرکز $O(3, -1)$ و شعاع r ، بر دایره $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 8 = 0$ مماس است. مجموع مقادیر ممکن برای r کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

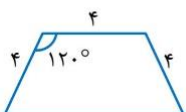
۶۴- در یک بیضی با قطرهای بزرگ و کوچک $AA' = 8$ و BB' ، خروج از مرکز $e = \frac{1}{4}$ است. اگر مثلث $AA'B$ را حول قطر بزرگ دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱) 36π (۲) 40π (۳) 42π (۴) 32π

۶۵- دو دایره $x^2 + y^2 + 2x + 6y + k = 0$ و $x^2 + y^2 - 4x - 2y = k - 2$ مماس بیرونی هستند. مقدار k کدام است؟

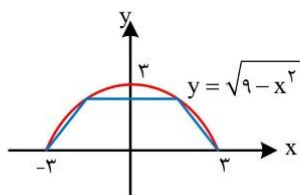
- (۱) ۱ یا ۴ (۲) ۱ یا ۶ (۳) ۴ یا ۶ (۴) ۳ یا ۱۰

۶۶- اگر دوزنقه شکل مقابل، حول قاعده بزرگ دوران کند، حجم شکل به دست آمده چه عددی است؟



- (۱) 56π (۲) 48π (۳) 64π (۴) 72π

۶۷- در شکل روبه‌رو، دوزنقه درون نیم‌دایره به شعاع ۳ محاط شده است. حداکثر مساحت دوزنقه چه عددی است؟



- (۱) $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $\frac{27\sqrt{3}}{8}$

۶۸- دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$ را چند واحد در راستای عمودی منتقل کنیم، تا بر خط $5x - 12y + 17 = 0$ مماس شود؟

- (۱) ۳ واحد بالا یا ۳/۵ واحد به پایین (۲) ۳ واحد پایین یا ۳/۵ واحد به بالا
(۳) ۲/۵ واحد پایین یا ۳/۵ واحد به بالا (۴) ۲/۵ واحد پایین یا ۱/۵ واحد به بالا



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

۱- هر گاه خط $2y - ax - 3 = 0$ بر خط گذرنده از دو نقطه $(3, 1)$ و $(5, 2)$ عمود باشد، کدام خط زیر، با این دو خط زاویه 45° می‌سازد؟

$y = x$ (۱) $y = -x$ (۲) $y = -3x$ (۳) $y = -\frac{1}{3}x$ (۴)

۲- شعاع دایره به مرکز $(2, -1)$ و مماس بر خط به معادله $2x + 3y = 14$ کدام است؟

$\sqrt{13}$ (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{26}$ (۴)

۳- دو نقطه $(1, 5)$ و $(-1, 1)$ کانون‌های بیضی و $B(5, 2)$ یک رأس آن است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

$0/4$ (۱) $0/5$ (۲) $0/6$ (۳) $0/8$ (۴)

۴- در دوزنقه قائم‌الزاویه به طول قاعده‌های ۶، ۹ و ارتفاع ۵ واحد، خط گذرا بر وسط قاعده‌ها، امتداد ساق‌ها را در A و B قطع می‌کند. اندازه AB کدام است؟

صفر (۱) $0/25$ (۲) $0/4$ (۳) $0/5$ (۴)

۵- دوزنقه قائم‌الزاویه با قاعده‌های ۴، ۶ و طول ساق قائم ۳ واحد حول ساق قائم دوران یافته است. حجم جسم حاصل چند واحد مکعب است؟

68π (۱) 72π (۲) 76π (۳) 84π (۴)

۶- از نقطه $A(2, 3)$ روی دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ ، مماسی بر آن رسم شده است. این خط مماس محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۸ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

۷- قطر دایره گذرا بر سه نقطه $(2, 5)$ ، $(4, 1)$ ، $(-6, 1)$ کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۸- در مثلث ABC، زاویه $\hat{A} = 45^\circ$ ، ارتفاع $CH = 4$ واحد و مساحت آن $8(1 + \sqrt{3})$ واحد مربع است. اندازه BC کدام است؟

۶ (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

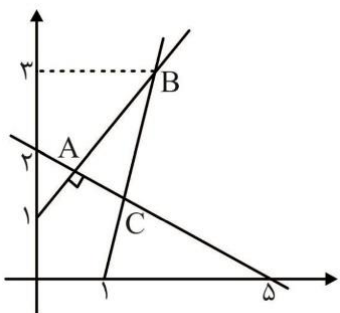
۹- یک مخروط دوار را با صفحه‌ای موازی قاعده آن طوری قطع می‌دهیم که حجم دو قسمت جدا شده برابر هم باشند. فاصله صفحه قاطع تا صفحه قاعده چند برابر ارتفاع آن است؟

$\frac{2 - \sqrt[3]{4}}{2}$ (۱) $\frac{2 - \sqrt[3]{2}}{2}$ (۲) $\frac{2 - \sqrt[3]{2}}{3}$ (۳) $\frac{-1 + \sqrt[3]{4}}{3}$ (۴)

سال تحصیلی ۱۳۹۸-۱۳۹۹



۱۰- در شکل زیر مجموع طول و عرض نقطه C کدام است؟



$\frac{185}{73}$ (۱)

$\frac{186}{73}$ (۲)

$\frac{187}{73}$ (۳)

$\frac{188}{73}$ (۴)

۱۱- اگر $A(1, -3)$ ، $C(2, 1)$ دو رأس مثلث ABC و $M(3, 1)$ وسط AB باشد، عرض H پای ارتفاع AH کدام است؟
 (۱) $-1/82$ (۲) $-1/86$ (۳) $-2/54$ (۴) $-3/32$

۱۲- مجموع فواصل نقاط بیضی تا دو کانون آن $(-3 و 13)$ و $(-11 و -3)$ ، که نقطه $(1 و \frac{1}{3})$ یک سر قطر کوچک آن می باشد، کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۴ (۳) $12/5$ (۴) ۱۲

۱۳- نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ دو انتهای قطری از یک دایره هستند. کدام نقطه بر روی محیط این دایره قرار دارد؟
 (۱) $(7, 3)$ (۲) $(6, 2)$ (۳) $(4, 3)$ (۴) $(5, -2)$

سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰ 

۱۴- نقطه $(2, -1)$ رأس مستطیلی است که یک ضلع آن بر خط $3x + 4y + 15 = 0$ منطبق می باشد. اگر محیط مستطیل ۲۴ باشد، عدد مساحت آن کدام است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

۱۵- دایره ای به مرکز $(2, -1)$ و مماس بر خط به معادله $y = x - 1$ روی محور x ها، وتری به کدام طول جدا می کند؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۱۶- نقطه M روی بیضی به کانون های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک ۲۰ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

(۱) $5/4$ (۲) $5/5$ (۳) $5/6$ (۴) $5/8$

۱۷- یک مخروط به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۶ را با صفحه ای موازی قاعده و به فاصله ۴ از آن برش می زنیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟

(۱) $\frac{16}{9}\pi$ (۲) 4π (۳) $\frac{9}{4}\pi$ (۴) $\frac{64}{9}\pi$

۱۸- دایره ای در ناحیه اول دستگاه مختصات بر محورهای مختصات و خط $3x + 4y = 12$ مماس می باشد. طول شعاع دایره کدام است؟

(۱) ۶ و ۲ (۲) ۵ و ۱ (۳) ۵ و ۲ (۴) ۶ و ۱

۱۹- دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 14$ و $x^2 + y^2 + x + 2y = 11$ یکدیگر را در نقاط A و B قطع می کنند. طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $6\sqrt{2}$

۲۰- فاصله مرکز و یک کانون بیضی از نزدیکترین نقاط آن به ترتیب $2\sqrt{2}$ و ۲ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۲۱- اگر نقاط $A(2,3)$ و $B(-2,0)$ و $C(0,-1)$ رأس‌های متوازی‌الاضلاع $ABCD$ باشند، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۲- نقاط $A(3,0)$ و $B(4,3)$ و $C(0,3)$ سه رأس مثلث ABC هستند، سه ارتفاع این مثلث در کدام نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) $(\frac{3}{2}, 2)$ (۲) $(3, \frac{3}{2})$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(3, 2)$

۲۳- نقاط $A(2,4)$ و $B(1,1)$ و $C(5,1)$ سه رأس مثلث ΔABC هستند. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۲۴- مساحت مربعی که اضلاع آن بر دو خط $5x - 12y + 8 = 0$ و $10x + 24y = 94$ منطبق است، چقدر با مساحت دایره‌ای که دو انتهای یکی از قطرهایش $A(-2, -2)$ و $B(6, 4)$ است، تفاوت دارد؟ (π را ۳ فرض کنید).

- (۱) ۵۶ (۲) ۷۶ (۳) ۶۶ (۴) ۴۶

۲۵- نقطه M روی بیضی به کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مقدار خروج از مرکز بیضی $\frac{5}{6}$ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

۲۶- نقطه M روی محیط یک بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک ۲۰ باشد، مقدار خروج از مرکز بیضی چقدر با اندازه قطر کوچک بیضی تفاوت دارد؟

- (۱) $14/4$ (۲) $15/4$ (۳) $14/6$ (۴) $15/6$

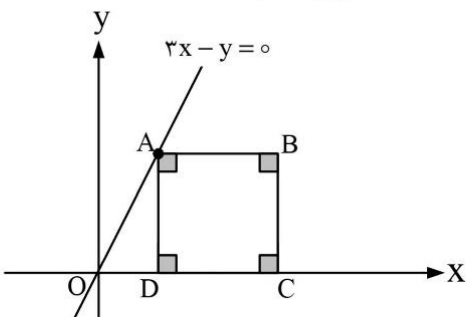
۲۷- به ازای چند مقدار طبیعی یک رقمی a ، دو دایره $x^2 + y^2 = 9$ و $x^2 + y^2 - 10y + 17 + a = 0$ دارای چهار مماس مشترک هستند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۸- خطی به معادله $(2a+3)x - (5-a)y = 78$ با جهت مثبت محور x زاویه 135° می‌سازد. حاصل ضرب مقادیر a ، طول از مبدأ، عرض از مبدأ و شیب این خط کدام است؟

- (۱) ۲۸۸ (۲) -۲۸۸ (۳) ۱۳۵۲ (۴) -۱۳۵۲

۲۹- در شکل زیر فاصله رأس B در مربع ABCD تا مبدأ مختصات ۱۰ است. مساحت مربع کدام است؟



(۱) ۴۲

(۲) ۳۶

(۳) ۲۱

(۴) ۷۲

۳۰- مرکز دایره گذرا بر دو نقطه $A(1, 1)$ و $B(4, -2)$ بر خط $y = 2x$ واقع است. مساحت دایره کدام است؟

(۲) 53π

(۱) 35π

(۴) 65π

(۳) 56π

۳۱- دایره‌ای به مرکز $(-1, -1)$ و معادله گسترده $x^2 + y^2 + ax + bx + c = 0$ با دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ مماس درون است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟

(۲) ۴۷

(۱) -۷۵

(۴) ۵

(۳) ۶

۳۲- نقطه M روی یک بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک ۲۰ باشد، مقدار خروج از مرکز بیضی چقدر با اندازه قطر کوچک بیضی تفاوت دارد؟

(۲) $15/4$

(۱) $7/4$

(۴) $14/8$

(۳) $15/6$

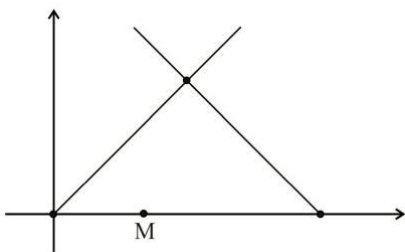
۳۳- دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x + a$ و $y + \sqrt{3}x = b$ مطابق شکل زیر متقاطعند. اگر فاصله نقطه M به طول یک واقع بر محور x ها، از این دو خط به ترتیب برابر با ۲ واحد و ۳ واحد باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) -۵

(۳) -۱۰

(۴) ۱۰



۳۴- نقطه M روی بیضی به کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر محیط مثلث MFF' برابر ۳۲ و مقدار خروج از مرکز بیضی $5/6$ باشد، اندازه قطر کوچک بیضی چقدر است؟

(۲) ۱۶

(۱) ۱۸

(۴) ۲۰

(۳) ۱۴

۳۵- مجموع مساحت دو دایره‌ای که در ناحیه اول دستگاه مختصات بر محورهای مختصات و خط $3x + 4y = 24$

مماس هستند، کدام است؟ (π را برابر ۳ فرض کنید).

(۲) ۵۴۴

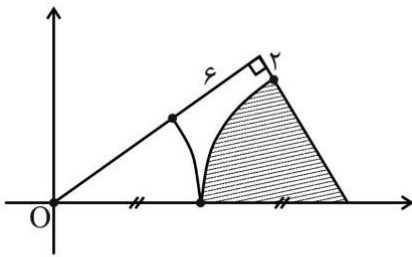
(۱) ۵۴۰

(۴) ۴۴۴

(۳) ۴۲۰

۳۶- در شکل زیر، قسمتی از دو دایره درون یک مثلث قائم‌الزاویه قرار گرفته است. به‌ازای کدام مقدار m ، خط

غیرافقی $y = mx + 10$ بر دایره هاشورخورده، مماس است؟



(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) $-\frac{4}{3}$

(۴) $-\frac{3}{4}$



۱- قرینه نقطه $A(a, 3)$ نسبت به نقطه $B(2, b+1)$ نقطه $A'(3, a-1)$ است. مقدار b کدام است؟

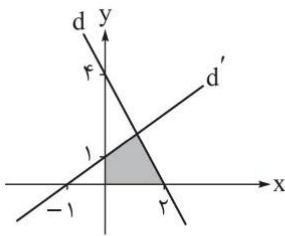
$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

۲- در شکل رسم شده، مساحت ناحیه سایه خورده کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$3/5 \quad (4)$$

۳- نقطه $(a, 2a)$ مرکز دایره گذرنده بر دو نقطه $(1, 1)$ و $(4, -2)$ است. شعاع این دایره کدام می باشد؟

$$\sqrt{56} \quad (2)$$

$$\sqrt{65} \quad (1)$$

$$\sqrt{67} \quad (4)$$

$$\sqrt{53} \quad (3)$$

۴- مساحت متوازی الاضلاع محدود به معادله خطوط $x = 5$ ، $y = x + 4$ ، محور y ها و نیمساز ناحیه اول برابر کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$15 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

۵- هرگاه معادلات اضلاع AB ، AC و BC به ترتیب $y - 2x + 3 = 0$ ، $2x + 3y + 1 = 0$ و $3x - 4y + 2 = 0$ باشند، در

مثلث ABC طول ارتفاع AH کدام است؟

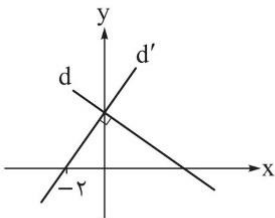
$$1/2 \quad (4)$$

$$1/8 \quad (3)$$

$$0/8 \quad (2)$$

$$0/9 \quad (1)$$

۶- در شکل زیر، خط d به معادله $9 - kx = (k+1)y$ رسم شده است. مجموع مقادیر قابل قبول برای k کدام است؟



$$1/5 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$2/5 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۷- معادله دو ضلع مجاور یک مستطیل $x - my = 2$ و $2mx + my = 3$ و نقطه $A(2, 1)$ یک رأس آن است. مساحت

این مستطیل کدام است؟

$$3/5 \quad (4)$$

$$2/1 \quad (3)$$

$$2/8 \quad (2)$$

$$1/4 \quad (1)$$

۸- قرینه نقطه $A(1, k)$ نسبت به خط $x + y = 2$ روی محور عرض ها است. k کدام است؟

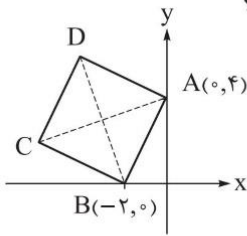
$$-2 \quad (2)$$

$$k \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

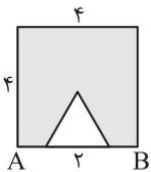
۹- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD یک مربع است. مجموع مختصات رأس D کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۳
(۴) ۱/۵

۱۰- سه نقطه $A(0, 1)$ ، $B(4, 1)$ و $C(0, 2)$ رأس‌های یک مثلث‌اند. اگر نیمساز بزرگ‌ترین زاویه این مثلث، ضلع روبه‌روی خود را در $D(\alpha, \beta)$ قطع کند، $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۲/۶ (۳) ۲ (۴) ۲/۸

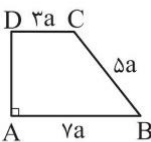


۱۱- مطابق شکل، سطح تیره‌شده را حول AB دوران می‌دهیم. حجم حاصل چند برابر π است؟ (مثلث متساوی‌الاضلاع است.)

- (۱) ۶۱ (۲) ۶۲ (۳) ۶۰ (۴) ۶۳

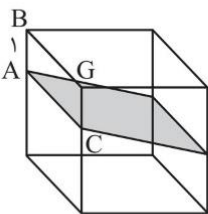
۱۲- دایره‌ای به شعاع ۵ را حول یکی از قطرهایش دوران می‌دهیم و شکل حاصل از دوران را با صفحه‌ای به فاصله ۲ از مرکز دایره برش می‌زنیم. مساحت مقطع حاصل، چند برابر مساحت دایره است؟

- (۱) ۰/۸ (۲) ۰/۳۶ (۳) ۰/۸۴ (۴) ۰/۶



۱۳- حجم حاصل از دوران دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD حول AD چند برابر πa^3 است؟

- (۱) ۷۹ (۲) ۷۵ (۳) ۷۲ (۴) ۷۰



۱۴- یک صفحه مایل مطابق شکل، مکعبی به ضلع ۸ را طوری قطع کرده که مساحت مقطع برابر ۸۰ و AC موازی BG است. اگر $AB = 1$ ، آن‌گاه حجم قسمتی از مکعب که پایین صفحه قرار می‌گیرد، کدام است؟

- (۱) ۱۲۸ (۲) ۲۵۶ (۳) ۳۸۴ (۴) ۴۴۸

۱۵- از درون مکعب توپری به ابعاد ۲، بزرگ‌ترین مخروط قائم ممکن که قاعده آن روی یکی از وجوه مکعب قرار دارد را بیرون می‌آوریم. سطح مقطع جسم باقی‌مانده با صفحه‌ای که از وسط محور مخروط، موازی با قاعده آن می‌گذرد، کدام است؟ ($\pi \approx 3/14$)

- (۱) ۳/۲۱۵ (۲) ۳/۴۱۵ (۳) ۳/۵۱۵ (۴) ۳/۶۱۵

۱۶- از دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول وتر آن دو مخروط با قاعده‌های مشترک به وجود می‌آید که حجم یکی دو برابر دیگری است. اگر مساحت این قاعده مشترک برابر 36π باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{4}\sqrt{2}$ (۲) $9\sqrt{2}$ (۳) $27\sqrt{2}$ (۴) $\frac{27}{4}\sqrt{2}$

۱۷- صفحه‌ای تمام مولدهای یک سطح مخروطی را قطع کرده است، مقطع حاصل چه تعداد از شکل‌های دایره، بیضی و سهمی می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۸- مجموع فواصل نقطه متغیر M از نقاط $(-1, 6)$ و $(-1, -2)$ برابر ۱۰ است. بیشترین فاصله نقطه M از محور xها کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۹- اگر کانون‌ها و دو سر قطر کوچک یک بیضی را به هم وصل کنیم، یک چهارضلعی با محیط ۲۰ و مساحت ۲۴ تشکیل می‌شود. خروج از مرکز بیضی کشیده‌تر کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (۱) \quad \frac{4}{5} \quad (۲) \quad \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۳) \quad \frac{2\sqrt{7}}{7} \quad (۴)$$

۲۰- پاره خط واصل دو کانون یک بیضی، از هر سر قطر کوچک آن با زاویه 15° رؤیت می‌شود. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2} \quad (۱) \quad \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \quad (۲) \quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2} \quad (۳) \quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

۲۱- دایره به مرکز $(4, 0)$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط $y = -2$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$4 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۱) \quad 4\sqrt{2} \quad (۲) \quad 4 + \sqrt{2} \quad (۳) \quad 6 \quad (۴)$$

۲۲- دایره C' در درون دایره C با مرکز $(-1, 1)$ بر آن مماس است. اگر طول خط‌المركزین دو دایره برابر ۲ و مساحت محدود بین دو دایره برابر 16π باشد، معادله دایره C کدام است؟

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + y^2 + 2y &= 7 \quad (۱) \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y &= 23 \quad (۲) \\ x^2 + 2x + y^2 + 2y &= 7 \quad (۳) \\ x^2 - 2x + y^2 + 2y &= 23 \quad (۴) \end{aligned}$$

۲۳- خط $3x - 4y = 5\sqrt{3}$ و تری به طول $\frac{k}{4}$ روی دایره $x^2 + y^2 = k$ جدای می‌کند. اختلاف مقادیر ممکن برای k کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (۱) \quad 16 \quad (۲) \quad 4\sqrt{2} \quad (۳) \quad 8 \quad (۴)$$

۲۴- تمام خط‌هایی که سطح دایره‌ای به معادله $ax^2 + 2y^2 + bx + cy = 0$ را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنند، از نقطه $(-1, 2)$ می‌گذرند. شعاع این دایره کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (۱) \quad \sqrt{5} \quad (۲) \quad 4\sqrt{5} \quad (۳) \quad 5 \quad (۴)$$

۲۵- دایره گذرنده از مبدأ مختصات و دو نقطه $(2, 0)$ و $(0, 4)$ را در نظر بگیرید. معادله خط مماس بر این دایره در مبدأ مختصات کدام است؟

$$2y + x = 0 \quad (۱) \quad y + 2x = 0 \quad (۲) \quad 3y + x = 0 \quad (۳) \quad y + 3x = 0 \quad (۴)$$

۲۶- طول قطر یک مستطیل برابر با d است. اگر حجم شکل حاصل از دوران این مستطیل حول یکی از ضلع‌هایش، بیشترین مقدار ممکن باشد، طول ضلع دیگر آن کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{3}d \quad (۱) \quad \frac{\sqrt{6}}{2}d \quad (۲) \quad \frac{2}{3}d \quad (۳) \quad \frac{3}{2}d \quad (۴)$$

۲۷- از داخل یک استوانه قائم با شعاع قاعده و ارتفاع برابر، بزرگ‌ترین مخروط قائم را جدا کرده و شکل حاصل را با صفحه‌ای موازی با قاعده‌های استوانه و فاصله برابر از آن‌ها برش می‌زنیم. مساحت مقطع حاصل چند برابر مساحت قاعده استوانه است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۱) \quad \frac{1}{2} \quad (۲) \quad \frac{3}{4} \quad (۳) \quad \frac{2}{3} \quad (۴)$$

۲۸ - زاویه‌های مثلثی با اعداد ۱، ۱ و ۴ متناسب و طول بزرگ‌ترین ضلع آن ۳ است. حجم حاصل از دوران این مثلث حول این ضلع چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۲۹ - دو نقطه A و A' دو سر قطر بزرگ یک بیضی با فاصله کانونی ۲ و مرکز O است. خطی که در کانون بیضی بر AA' عمود می‌شود، از دایره‌ای به قطر AA' و مرکز O ، وتری به طول $\frac{1}{5}$ جدا می‌کند. خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{0}$ (۲) $\frac{6}{0}$ (۳) $\frac{75}{0}$ (۴) $\frac{8}{0}$

۳۰ - دو نقطه $(-5, 1)$ و $(11, 1)$ دو سر کوچک‌ترین قطر یک بیضی هستند که طول بلندترین قطر آن ۲۰ است. اختلاف طول و عرض یکی از کانون‌های این بیضی کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۱ - خط به معادله $x + y = 1$ از دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4y + a = 0$ وتری جدا می‌کند که طول آن با شعاع دایره برابر است. a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۴

۳۲ - منحنی به معادله $(2x-1)^2 + (2y+1)^2 = 2$ ، محور y ها را در نقطه‌ای با عرض منفی قطع می‌کند و معادله خط مماس بر منحنی در این نقطه، به صورت $ax + by + 2 = 0$ است، حاصل $a + b$ کدام است؟

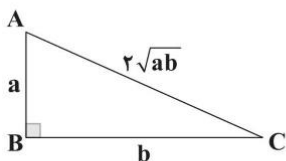
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۳ - دایره‌ای که بر دایره $x^2 + y^2 = 1$ مماس داخل و بر دایره $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ مماس خارج است، خط $y = \frac{\sqrt{5}}{4}$ را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

آزمون‌های سراسر
گاج

۱- اگر مثلث قائم الزاویه زیر را یک بار حول AB و بار دیگر حول BC دوران دهیم، نسبت حجم دو جسم به دست آمده چقدر است؟ ($b > a$)



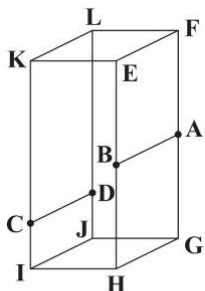
(۱) $2 - \sqrt{3}$

(۲) $3 - \sqrt{2}$

(۳) $3 + \sqrt{2}$

(۴) $3 - \sqrt{3}$

۲- در مکعب مستطیل توپر شکل زیر داریم: $FA = AG = EB$, $\frac{CI}{CK} = \frac{JD}{DL} = \frac{1}{2}$, $FG = 6$, $HG = IH = 2$ مساحت سطح مقطع



صفحه‌ای که از دو ضلع AB و CD می‌گذرد، چقدر است؟

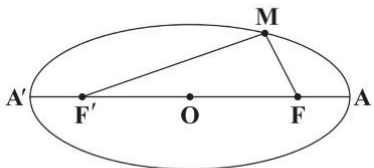
(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) ۴

(۴) ۲

۳- در بیضی شکل زیر $AA' = 2FF'$ است. محیط مثلث MFF' چند برابر OF است؟ (F' و F کانون‌های بیضی هستند).



(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳

۴- $y = ax - 1$ معادله قطر بزرگ و $x + 2y = 0$ معادله قطر کوچک یک بیضی است. اگر دو نقطه $A(2, 3)$, $B(-1, -3)$ روی بیضی قرار گیرند،

مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون بیضی چقدر است؟

(۴) $4\sqrt{5}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۱) $\sqrt{5}$

۵- خروج از مرکز یک بیضی ثلث نسبت اقطار آن است. خروج از مرکز بیضی کدام می‌تواند باشد؟

(۴) $\frac{1}{\sqrt{14}}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{12}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(۱) $\frac{1}{\sqrt{8}}$

۶- چهار خط $4x + 2y = 10$, $4x + 2y = 0$, $x - 2y = 1$ و $x - 2y = 2$ بر بیضی مماس‌اند، فاصله کانونی بیضی کدام است؟

(۴) $2\sqrt{1/2}$

(۳) $2\sqrt{1/3}$

(۲) $\sqrt{1/2}$

(۱) $\sqrt{1/3}$

۷- نقاط برخورد دو خط $y = 1$ و $y = 5$ با دایره $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$ رئوس یک چهارضلعی هستند، مساحت چهارضلعی کدام است؟

(۴) $10\sqrt{3}$

(۳) $14\sqrt{3}$

(۲) $12\sqrt{3}$

(۱) $16\sqrt{3}$

۸- دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4a = 0$ بر محور xها در نقطه A مماس است. اگر این دایره محور yها را در نقاط B و C قطع کند، مساحت مثلث

ABC چقدر است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) $3\sqrt{5}$

(۱) $2\sqrt{5}$

۹- کوتاه ترین فاصله نقطه $A(-1, 0)$ از نقاط دایره $x^2 + y^2 - 4x - 8y + k = 0$ برابر ۶ است. مقدار k کدام است؟

- (۱) 101 (۲) 100 (۳) -101 (۴) -100

۱۰- به ازای چند مقدار m معادله $(m^2 - m + 1)x^2 + (2m^2 - 6m + 5)y^2 + 4x + y + 2m = 0$ یک دایره است؟

- (۱) $m = 1$ (۲) $m = 4$ (۳) $\begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases}$

۱۱- فاصله نقطه تماس خط $y = x - 1$ و دایره $x^2 + y^2 + 2x + y + \frac{1}{8} = 0$ از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\sqrt{26}$ (۲) $\frac{1}{4}\sqrt{26}$ (۳) $\frac{1}{6}\sqrt{26}$ (۴) $\frac{1}{3}\sqrt{26}$

۱۲- معادله وتر مشترک دو دایره $x^2 + y^2 + mx + y = 3$ و $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 3$ به صورت $y = 6x$ است. مقدار m چقدر است؟

- (۱) 11 (۲) 9 (۳) 8 (۴) 10

۱۳- اگر $M(1, -1)$ درون دایره $x^2 + y^2 + x + 2y + m = 0$ قرار گیرد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m < \frac{5}{4}$ (۲) $m > \frac{5}{4}$ (۳) $m < -1$ (۴) $m > -1$

۱۴- قطری از دایره $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 1 = 0$ که با جهت مثبت محور x زاویه 30° می سازد، از کدام نقطه می گذرد؟

- (۱) $(\sqrt{3} - 2, 1)$ (۲) $(\sqrt{3} - 2, 3)$ (۳) $(\sqrt{3} - 2, 5)$ (۴) $(\sqrt{3} - 2, 7)$

۱۵- دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 = 4x - 2y - 1$ و $x^2 + y^2 = 2(\Delta x + 3y) - k$ بر هم مماس بیرون اند. مقدار k کدام است؟

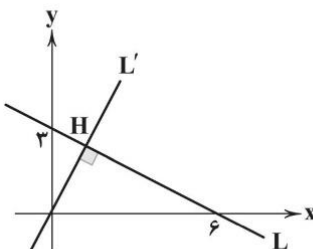
- (۱) 24 (۲) 25 (۳) 26 (۴) 23

۱۶- شیب خط گذرا از دو نقطه $A(4, 4m)$ و $B(2, m^2 + 3)$ ، مثبت است. حدود m کدام است؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(-1, 4)$

۱۷- با توجه به شکل زیر، مجموع طول و عرض نقطه H کدام است؟

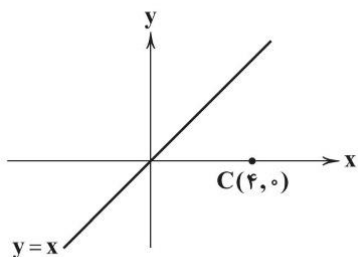
- (۱) $2/6$ (۲) $3/6$ (۳) $6/2$ (۴) $6/3$



۱۸- مثلث ABC با رئوس $A(m, 3)$ ، $B(7, 3)$ و $C(2, 6)$ در رأس A قائمه است. محیط مثلث کدام است؟

- (۱) $8 + \sqrt{34}$ (۲) $6 + \sqrt{34}$ (۳) $8 + \sqrt{13}$ (۴) $6 + \sqrt{13}$

۱۹- دو نقطه A و B روی نیمساز ربع اول قرار دارند. اگر $C(4, 0)$ و مساحت مثلث ABC برابر ۸ باشد، قدرمطلق تفاضل طول‌های دو نقطه A و B کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۲۰- اگر فاصله دو نقطه $(x, 2)$ و $(3, -1)$ کم‌تر از ۵ باشد، کدام می‌تواند باشد؟

۸ (۱)

-۱ (۲)

۷ (۳)

۶ (۴)

۲۱- مجموع طول و عرض نقطه برخورد میانه‌های مثلث ABC، با رئوس $A(3, -1)$ ، $B(0, 4)$ و $C(-6, -3)$ کدام است؟

-۲ (۱)

۲ (۲)

-۱ (۳)

۱ (۴)

۲۲- فاصله نقطه A واقع بر خط $y = 3x - 1$ از خط $3x + 4y + 4 = 0$ برابر ۶ است. عرض منفی A کدام است؟

-۲ (۱)

-۵ (۲)

-۷ (۳)

-۸ (۴)

۲۳- مساحت مثلثی که سه رأس آن $A(1, 1)$ ، $B(-2, 0)$ و $C(-2, 4)$ است، کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۷ (۳)

۶/۵ (۴)

۲۴- معادله دو ضلع مقابل یک مربع $mx + (m+1)y = m$ و $6x + 8y = 0$ است، مساحت مربع چقدر است؟

۰/۴۹ (۱)

۰/۳۶ (۲)

۰/۴ (۳)

۰/۳ (۴)

۲۵- اگر نقطه $A(\frac{f-a}{f+a}, 3-a)$ در ناحیه چهارم مختصات قرار گیرد، حدود a کدام است؟

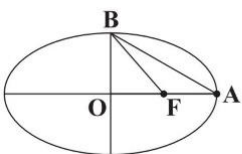
$a < -4$ (۱)

$a > 4$ (۲)

$3 < a < 4$ (۳)

$2 < a < 4$ (۴)

۲۶- در بیضی شکل زیر حاصل ضرب اندازه دو قطر برابر ۶۴ و مساحت مثلث BFA برابر ۴ است. خروج از مرکز بیضی کدام است؟ (F کانون بیضی است.)



$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۴)

۲۷- اگر $(3, 2)$ و $(-5, 2)$ دو کانون بیضی و اندازه قطر بزرگ بیضی ۱۲ باشد، کم‌ترین عرض نقطه‌های روی بیضی کدام است؟

$-1 - 2\sqrt{5}$ (۱)

$2 - 2\sqrt{5}$ (۲)

$-1 + 2\sqrt{5}$ (۳)

$1 - 2\sqrt{5}$ (۴)

۲۸- معادله قطری از دایره $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 100$ که موازی خط $\frac{x}{4} + y = 12$ باشد، کدام است؟

$x + 2y = 8$ (۱)

$x + 2y = -8$ (۲)

$2y + x = 4$ (۳)

$2y - x = 4$ (۴)

۲۹- فرض کنید خطوط $x = y$ و $2x + 3y = 10$ قطرهای یک دایره و خط $3x - 4y + 8 = 0$ بر این دایره مماس می‌باشد. شعاع دایره چند برابر ۰/۶ است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۱ (۴)

۳۰- اگر نقطه $A(2, -1)$ درون دایره $x^2 + y^2 - 2(x + 2y) = m$ قرار داشته باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $m > 5$ (۲) $m > -5$ (۳) $-5 < m < 5$ (۴) $m \geq 5$

۳۱- معادله وتر مشترک دو دایره متقاطع $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(x + y) \\ x^2 + y^2 = 2(3x + y) + 4 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $x = 1$ (۲) $y = 1$ (۳) $x = -1$ (۴) $y = -1$

۳۲- هرگاه دو خط $3x + ay = 10$ و $6x - 9y = b$ دو ضلع مقابل یک مربع با مساحت ۱۳ باشد، مجموع مقادیرهای ممکن برای b کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۴۵ (۴) ۳۵

۳۳- در مثلث ABC ، با رئوس $A(-1, 2)$ ، $B(0, 3)$ و $C(4, -1)$ ، نقطه‌ی D وسط میانه‌ی AM قرار دارد. اندازه‌ی BD کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۳۴- دو نقطه‌ی $A(-2, 5)$ و $B(0, 3)$ با بیش‌ترین فاصله روی محیط یک دایره قرار دارند. شعاع این دایره کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۵- معادله دایره‌ای که مرکز آن $O(1, 2)$ و بر محور y مماس باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \quad (2) \quad x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 2 = 0 \quad (4) \quad x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \quad (3)$$

۳۶- اگر معادله $x^2 + y^2 - 3x - 5y + k = 0$ دایره باشد، چند عدد طبیعی k به دست می‌آید؟

$$9 \quad (4) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (2) \quad 7 \quad (1)$$

۳۷- اگر مرکز دایره $x^2 + y^2 + \left(\frac{m-1}{m+1}\right)x + mny = m^2 + n^2$ به صورت $\left(-\frac{1}{6}, -1\right)$ باشد، شعاع دایره چقدر است؟

$$\frac{1}{6}\sqrt{217} \quad (4) \quad \frac{1}{3}\sqrt{217} \quad (3) \quad \frac{1}{6}\sqrt{215} \quad (2) \quad \frac{1}{3}\sqrt{215} \quad (1)$$

۳۸- اگر نقطه $A(1, -1)$ درون و نقطه $B(-1, 2)$ بیرون دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + m = 0$ قرار داشته باشد، حدود m کدام است؟

$$-2 < m < 10 \quad (4) \quad -7 < m < 2 \quad (3) \quad -7 < m < 7 \quad (2) \quad -2 < m < 11 \quad (1)$$

۳۹- معادله دایره‌ای که مرکز آن $W(2, -1)$ و بر خط $3x + 4y - 1 = 0$ مماس باشد، کدام است؟

$$(\Delta x - 10)^2 + (\Delta y + 5)^2 = 10 \quad (2) \quad (\Delta x - 10)^2 + (\Delta y + 5)^2 = 1 \quad (1)$$

$$(\Delta x - 10)^2 + (\Delta y + 5)^2 = 2 \quad (4) \quad (\Delta x - 10)^2 + (\Delta y - 5)^2 = 1 \quad (3)$$

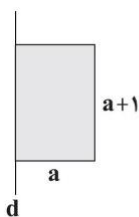
۴۰- اوضاع نسبی دو دایره $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$(1) \text{ متقاطع} \quad (2) \text{ متداخل} \quad (3) \text{ مماس بیرون} \quad (4) \text{ مماس درون}$$

۴۱- دایره $x^2 + y^2 = 4$ از خط $x + y = 2$ وتری به طول L جدا می‌کند. L کدام است؟

$$3\sqrt{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (1)$$

۴۲- حجم حاصل از دوران مستطیل شکل زیر حول خط d برابر 2π است. مساحت مستطیل چقدر است؟



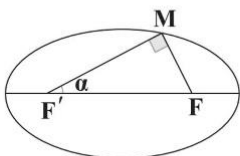
$$2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4) \quad 3 \quad (3)$$

۴۳- درون کره‌ای به شعاع ۸، استوانه‌ای به شعاع قاعده ۲ محاط شده است. حجم استوانه چقدر است؟

$$6\pi\sqrt{15} \quad (4) \quad 8\pi\sqrt{15} \quad (3) \quad 16\pi\sqrt{15} \quad (2) \quad 18\pi\sqrt{15} \quad (1)$$

۴۴- در بیضی شکل زیر که $FF' = 5$ و $\sin \alpha + \cos \alpha = 1/4$ است، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟



$$\frac{4}{5} \quad (2) \quad \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{5} \quad (4) \quad \frac{4}{9} \quad (3)$$

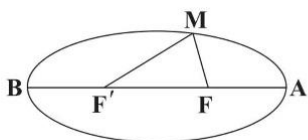
۴۵- یک رویه مخروطی را با صفحه‌ای برش می‌دهیم. اگر صفحه مورد نظر عمود بر محور رویه مخروطی باشد، شکل حاصل کدام است؟

- (۱) دایره (۲) بیضی (۳) سهمی (۴) هذلولی

۴۶- اگر محورهای تقارن بیضی، دو خط $\begin{cases} kx+y=4n \\ x-y=m \end{cases}$ و مرکز تقارن نقطه $(-1, 3)$ باشد، $k+m+n$ کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) $6/5$ (۳) $5/5$ (۴) $7/5$

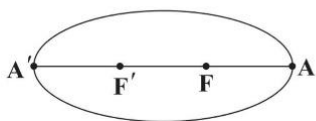
۴۷- در بیضی شکل زیر قطرهای ۸ و ۴ است. محیط مثلث MFF' چقدر است؟



- (۱) $4(3+\sqrt{3})$ (۲) $3(4+\sqrt{3})$

- (۳) $3(2+\sqrt{3})$ (۴) $4(2+\sqrt{3})$

۴۸- در بیضی شکل زیر F' وسط $A'F$ قرار دارد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$

- (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۴۹- معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ و $x^2+y^2-2x-18y+73=0$ مماس خارج است و مرکز آن روی خط $x=1$ قرار دارد، کدام است؟

- (۱) $(x-1)^2 + (y+\frac{11}{2})^2 = 2$ (۲) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 1$

- (۳) $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 1$ (۴) $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 2$

۵۰- اگر نقطه $(m^2, 2m+3)$ زیر خط $y=x$ قرار گیرد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-3 < m < 1$ (۲) $1 < m < 4$ (۳) $-1 < m < 4$ (۴) $-1 < m < 3$

۵۱- به ازای یک مقدار صحیح مثبت k ، نقاط $O(0, 0)$ ، $A(1, 2)$ و $B(-2, k)$ سه رأس یک مربع هستند. رأس چهارم روی کدام خط زیر قرار دارد؟

- (۱) $y = x - 4$ (۲) $y = -x + 3$ (۳) $y = x + 4$ (۴) $y = -2x$

۵۲- دو نقطه A و B با طول‌های یکسان روی خطوط $y=x$ و $y=-2x$ قرار دارند. اگر فاصله دو نقطه برابر ۳ باشد، مجموع عرض‌های دو نقطه A و B کدام است؟

- (۱) ۱ یا -۱ (۲) ۲ یا -۲ (۳) فقط ۱ (۴) فقط -۱

۵۳ - دو ضلع مجاور یک مربع $\begin{cases} y = mx + 2m \\ y = 3x - 1 \end{cases}$ است. فاصله مبدا مختصات تا محل برخورد دو خط داده شده چقدر است؟

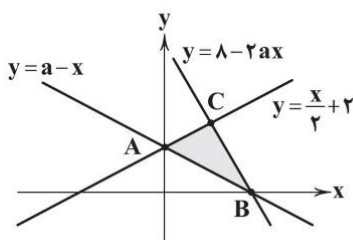
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۵۴ - با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۵

۵۵ - نقطه $A(a, a-1)$ مرکز دایره و دو نقطه $B(a, 2)$ و $C(-3, a+1)$ روی محیط دایره قرار دارند. فاصله نقطه A از مبدا چند برابر $\sqrt{17}$ است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{3}$

۵۶ - قرینه نقطه $A(4, -3)$ نسبت به خط $x + y = 3$ کدام است؟

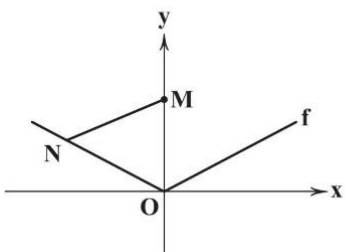
(۴) $(-6, -1)$

(۳) $(-6, 1)$

(۲) $(6, -1)$

(۱) $(6, 1)$

۵۷ - نمودار تابع $f(x) = |\frac{x}{4}|$ در شکل زیر آمده است. اگر طول نقطه N برابر ۴- و عرض نقطه M برابر ۴ باشد، مساحت مثلث MNO چقدر است؟



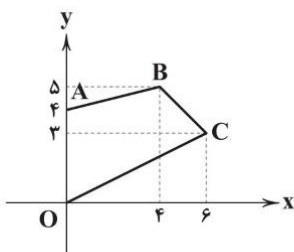
(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۹

۵۸ - مساحت چهارضلعی OABC در شکل زیر چقدر است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۶

(۳) ۱۷

(۴) ۱۸

۵۹ - در مثلث با رئوس $A(2, 0)$ ، $B(-1, 1)$ و $C(0, 4)$ ، اندازه ارتفاع وارد بر ضلع BC چقدر است؟

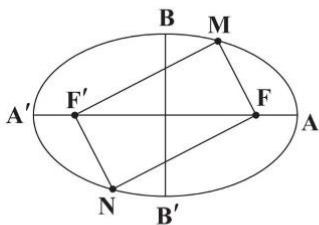
(۴) $\sqrt{18}$

(۳) $\sqrt{10}$

(۲) $\sqrt{14}$

(۱) $\sqrt{12}$

۶۰- در بیضی شکل زیر $FA \times FA' = 33$ و خروج از مرکز بیضی $\frac{4}{5}$ است. محیط چهارضلعی $MFNF'$ کدام است؟



۲۶ (۱)

۳۰ (۲)

۲۸ (۳)

۴۰ (۴)

۶۱- معادله دایره‌ای که دو قطر آن بر خطوط $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$ منطبق و بر خط $3x + 4y + 8 = 0$ مماس باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0 \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0 \quad (۳)$$

۶۲- اگر معادله $x^2 + y^2 + x - y - \frac{k-1}{k+2} = 0$ مربوط به یک دایره حقیقی باشد، چند مقدار صحیح k را شامل نمی‌شود؟

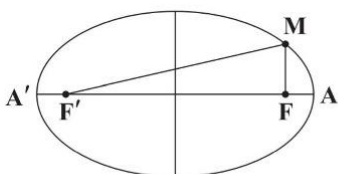
۳ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۶۳- در بیضی شکل زیر محیط مثلث MFF' برابر ۶ و هم‌چنین $FA \times FA' = 3$ است، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۴)